

АНАЛИЗ ПРОСТРАНСТВА ПАРАМЕТРОВ ТРЕХМЕРНОГО ОТОБРАЖЕНИЯ ЭНО С ПРИМЕНЕНИЕМ КРИТЕРИЯ УГЛОВ В ПОИСКЕ ПСЕВДОГИПЕРБОЛИЧЕСКОГО АТТРАКТОРА

О.Б. Исаева

*Саратовский филиал ИРЭ им. В. А. Котельникова РАН
Саратовский национальный исследовательский
государственный университет им. Н. Г. Чернышевского*

E-mail: IsaevaO@rambler.ru

В последнее время активно ведутся изыскания на предмет гиперболичности (и свойственной ей грубости) хаотического поведения ряда систем [1]. Для проверки гиперболичности развиты численные методы [1,2]. Наименее трудоемким, но высокоточным является критерий углов, заключающийся в подтверждении трансверсальности устойчивого и неустойчивого многообразий аттрактора [2].

Помимо гиперболических существует еще более широкий класс почти гиперболических, (квази-, псевдо-, сингулярно гиперболических) аттракторов. Представителями этого класса являются аттрактор Лоренца, а также, как считалось, лоренцеподобный аттрактор, который реализуется в трехмерном обобщении отображения Эно

$$x_{n+1} = y_n, \quad y_{n+1} = z_n, \quad z_{n+1} = Az_n + Bx_n + Cy_n - z_n^2$$

Несколько примеров этого аттрактора описаны в [3]. Однако, псевдогиперболичность только одного из них была доказана недавно [4]. Остальные варианты аттрактора, несмотря на визуальное сходство и соответствие качественным признакам (сумма двух старших показателей Ляпунова положительна), псевдогиперболическими не оказались. Проверка была сделана посредством обобщения критерия углов: численно оценивалось наличие или отсутствие касаний между растягивающим и сжимающим подпространствами.

В настоящей работе критерий углов и более "слабые" качественные критерии применены для анализа всего пространства параметров трехмерного отображения Эно. Обнаружена целая область существования псевдогиперболических аттракторов (рис. 1). Описаны бифуркационные структуры в ее окрестности. Исследование такого рода может позволить описать механизмы возникновения псевдогиперболических аттракторов и, возможно провести сравнительный анализ их с какими-либо сценариями возникновения однородно гиперболических аттракторов [5-7].

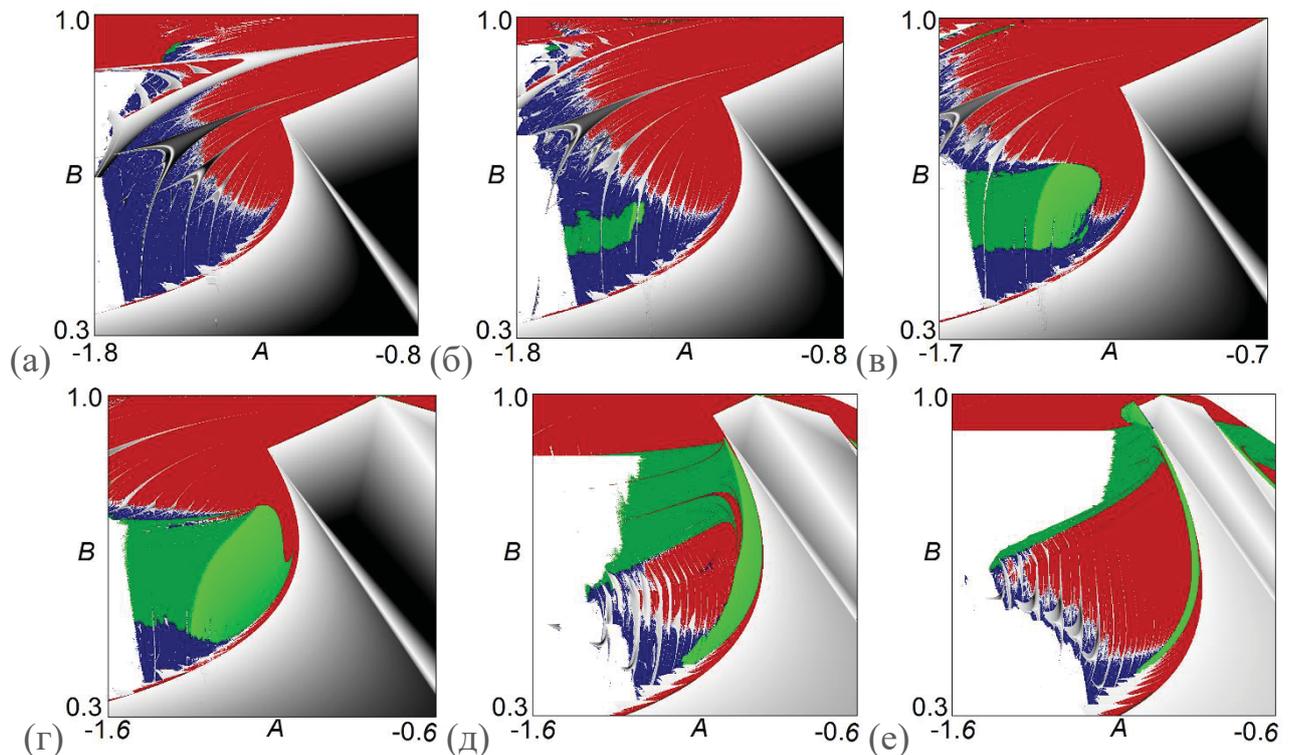


Рис. 1. Структура сечений пространства параметров обобщенного отображения Эно плоскостью (A, B) при $C = 0.55$ (а), 0.65 (б), 0.7 (в), 0.77 (г), 0.91 (д), 0.97 (е). Оттенки серого отвечают периодическим режимам, красный – квазипериодическим, синий – хаотическим, однородный зеленый – хаотическим, удовлетворяющим косвенному признаку псевдогиперболичности (сумма двух наибольших показателей Ляпунова больше нуля), градиент зеленого - псевдогиперболическим, удовлетворяющим критерию углов.

Работа выполнена при поддержке РФФ (проект №17-12-01008).

Библиографический список

1. Кузнецов С.П. Динамический хаос и гиперболические аттракторы. От математики к физике. Москва-Ижевск: ИКИ? 2013.
2. Kuznetsov S.P. // Phys. Rev. Lett. 2005. V. 95. P. 144101.
3. Gonchenko A., Gonchenko S. // Physica D. 2016. V.337. p.43.
4. Kuptsov P.V., Kuznetsov S.P. // Preprint nlin. arXiv: 1805.06644..
5. Isaeva O.B., Kuznetsov S.P., Sataev I.R., Savin D.V., Seleznev E.P. // Int. J. Bif. Chaos, 2015. V. 25, No.12 P. 1530033.
6. Isaeva O.B., Kuznetsov S.P., Sataev I.R. // Chaos. 2012. V. 32. P. 043111.
7. Исаева О.Б., Кузнецов С.П., Сатаев И.Р. // Нелинейная динамика. 20013. Т. 9, №2.с. 267.